Tarea 9

Derivada por definición: Utilice la definición de la derivada para calcular la derivada de:

1) $f(x) = \sqrt{x+1}$ en $a = 3$ 2) $f(x) = x^2 - x$ en $a = x$

Derivada por Fórmulas: Encuentre la derivada de las funciones siguientes:

1) $f(x) = e^{7x+1}(x^4 - 3x)$
2) $f(x) = \frac{x^2+1}{2-5x}$
3) $f(x) = \frac{sen(3x)}{x+e^x}$
4) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$
5) $f(x) = \left(5^{x^2+x}\right)\cos(7x-2)$
6) $f(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x}}$
7) $f(x) = sen^3(2x-1)$

Derivada Implícita: Encuentre $\frac{dy}{dx}$ en las funciones siguientes:

1) $3xy^2 - 5\sqrt{xy} = 2$ 2) $x^2y^2 - 4 = 2x - 4y$ 3) $xy^2 - 2 = 2y$

Derivación logarítmica: Use derivación logarítmica para encontrar $\frac{dy}{dx}$:

1) $f(x) = (x^2-4)\sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}}$ 2) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x-3)^2}{(x+4)^3}}$ 3) $f(x) = (Cos(x))^{Sen(x)}$

Recta tangente y normal:

Encuentre las ecuaciones de la recta tangente y normal de $f(x)$ en el punto indicado:

1) $f(x) = \frac{8}{\sqrt{4+3x}}$; en el punto $(4,2)$ 2) $(x^2+y^2)^2 = 4xy$; en el punto $(1,1)$

3) $f(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$; en el punto $(1,2)$

Problemas de razones de cambio: Resuelve los problemas siguientes:

1) **Costo Marginal.** Si la función de costo total de un fabricante está dada por $c = \frac{6q^2}{q+2} + 6000$ Encuentre la función de costo marginal.
2) **Función de Costo.** El costo de producir q unidades de un producto está dado por $c = 5500 + 12q + 0.2q^2$ Si el precio de p unidades está dado por la ecuación $q = 900 - 1.5p$ Utilice la regla de la cadena para encontrar la razón de cambio del costo con respecto al precio unitario cuando $p = 85$.
3) **Ecuación de demanda.** Suponga que $p = 100 - \sqrt{q^2+20}$ es una ecuación de demanda para el producto de un fabricante.
   (a) Encuentre la razón de cambio de p con respecto a q.
   (b) Calcule la razón de cambio relativa de p con respecto a q.(es decir, $\frac{p'}{p}$)
   (C) Determine la función de ingreso marginal.(El ingreso es $R = pq = \left(100 - \sqrt{q^2+20}\right)q$, calcular R')
4) Esta semana, en una fábrica se produjeron 50 unidades de un artículo determinado, y la cantidad producida aumenta a una tasa de 2 unidades por semana. Si $C(x)$ dólares es el costo total por producir x unidades y $C(x) = 0.08x^3 - x^2 + 10x + 48$, determine la tasa actual a la que el costo de producción crece.
5) La ecuación de demanda para cierto tipo de camisa es de $2px + 65p - 4950 = 0$, donde x cientos de camisas son demandadas por semana cuando p dólares es el precio por camisa. Si una camisa se vende por $30 esta semana, y el precio crece a una tasa de $0.20 por semana, calcule la tasa de variación de la demanda.

Respuestas

Derivada por definición: 1) $f'(3) = 1/4$ 2) $f'(x) = 2x - 1$

Derivada por Fórmulas:

1) $f'(x) = e^{1+7x}(-3 - 21x + 4x^3 + 7x^4)$
2) $f'(x) = \frac{5+4x-5x^2}{(2-5x)^2}$
3) $f'(x) = \frac{3(e^x+x)\mathrm{Cos}[3x]-(1+e^x)\mathrm{Sin}[3x]}{(e^x+x)^2}$
4) $f'^{(x)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$
5) $f'(x) = \left(5^{x^2+x}\right)[(1 + 2x)\mathrm{Cos}(7\mathrm{x} - 2)\mathrm{Ln}[5] - 7\mathrm{Sin}(7\mathrm{x} - 2)]$
6) $f'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}+2x}{2\sqrt{\frac{1}{x}+x^2}}$
7) $f'(x) = 6sen^2(2x - 1)\ \mathrm{Cos}(2\mathrm{x} - 1)$

Derivada Implícita:

1) $\frac{dy}{dx} = \frac{5y-6y^2\sqrt{xy}}{12(xy)^{3/2}-5x}$ 2) $\frac{dy}{dx} = \frac{2-2xy^2}{2x^2y+4}$ 3) $\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2}{2xy-2}$

Derivación logarítmica:

1) $f'(x) = (x^2 - 4)\sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}}\left[\frac{2x}{x^2+4} + \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1}\right]$ 2) $f'(x) = \sqrt[3]{\frac{(x-3)^2}{(x+4)^3}}\left(\frac{2}{3(x-3)} - \frac{1}{x+4}\right)$

3) $f'(x) = (Cos(x))^{Sen(x)}[-Sen(x)\tan(x) + \cos(x)Ln[\cos(\mathrm{x})]]$

Recta tangente y normal:

Encuentre las ecuaciones de la recta tangente y normal de:

1) Ec. Tangente $y = -\frac{3}{16}x + \frac{11}{4}$ Ec. Normal $y = \frac{16}{3}x - \frac{58}{3}$

2) Ec. tangente $y = -x + 2$ Ec. Normal $y = x$

3) $f'(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\left[-\frac{1}{x+1} + Ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)\right]$; Ec. Tangente: $y - 2 = (-1 + 2Ln2)(x - 1)$

Ec. Normal $y - 2 = \frac{1}{(1-2Ln2)}(x - 1)$

Problemas de razones de cambio:

1) $\frac{dc}{dq} = \frac{6q(q+4)}{(q+2)^2}$; **2)** - 481.5 **3)(a)** $-\frac{q}{\sqrt{q^2+20}}$ **(b)** $-\frac{q}{100\sqrt{q^2+20}-q^2-20}$ **(c)** $100 - \frac{q^2}{\sqrt{q^2+20}} - \sqrt{q^2 + 20}$

4) 1020 por semana **5)** decrece 55 playeras por semana