

## Tarea: Álgebra de funciones

### Álgebra de funciones:

Para las funciones siguientes, realiza las operaciones indicadas y determina el dominio de la función resultante:

1)  $f(x) = x + 3$ ;  $g(x) = x^2 - 2$  obtenga  $(f \circ g)(x)$ ;  $(g \circ f)(x)$

2)  $f(x) = x^2 - 5x$ ;  $g(x) = \frac{7}{x}$  obtenga  $(f \circ g)(x)$ ;  $(g \circ f)(x)$

3)  $f(x) = \sqrt{9+x}$ ;  $g(x) = \frac{2}{x}$ ; obtenga  $(g \circ f)(x)$ ;

4)  $f(x) = \sqrt{16+x}$ ;  $g(x) = \frac{3}{x^2-4}$ ; obtenga  $(g \circ f)(x)$ ;

5)  $f(x) = \sqrt{10+x}$ ;  $g(x) = \frac{2}{25-x^2}$ ; obtenga  $(g \circ f)(x)$ ;

### Funciones Exponencial y Logarítmica:

1) Realiza la gráfica de  $y = 2^x$  y a partir de ella grafica  $y = -f(x-1) + 2$

2) Realiza la gráfica de  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  y a partir de ella grafica  $y = f(x-2) + 1$

3) Realiza la gráfica de  $y = \ln(x)$  y a partir de ella grafica  $y = f(x-3) + 2$

4) Escribe la expresión con un solo logaritmo  $2\ln(x) - 3\ln(y) + \frac{1}{2}\ln(t)$

5) Despeja  $x$  en las ecuaciones siguientes

a)  $\log(x+2) - \log(x-1) = \log(4)$

b)  $\ln(x+1) - \ln(x-1) = \frac{1}{2}$

c)  $\log_2(x+3) = -1$

d)  $3e^x - 2^x = 0$

e)  $3e^{2x} - 5 = 0$

f)  $3^x 2^{1-x} = 10$

g)  $y = \frac{2}{1+3(2^{-x})}$

6) Encuentra la función inversa de las funciones siguientes, indica el dominio y rango de  $f(x)$  y  $f^{-1}(x)$

a)  $f(x) = (4-x)^3$

b)  $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

c)  $f(x) = \sqrt{x+3}$

d)  $f(x) = \frac{3+e^x}{1+e^x}$

Resuelve los problemas siguientes

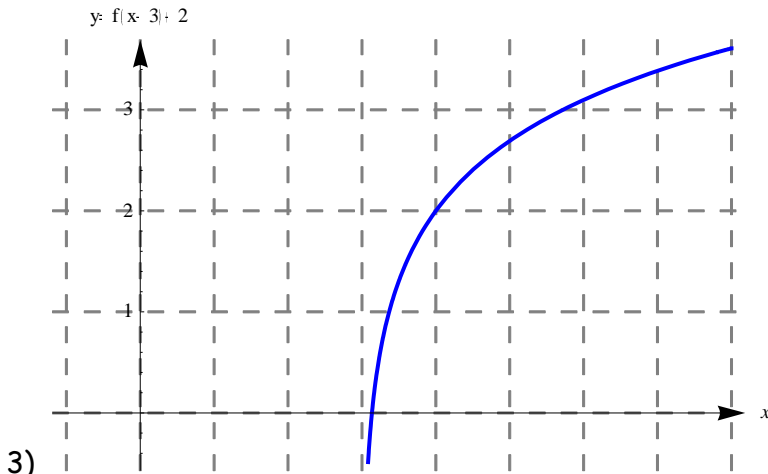
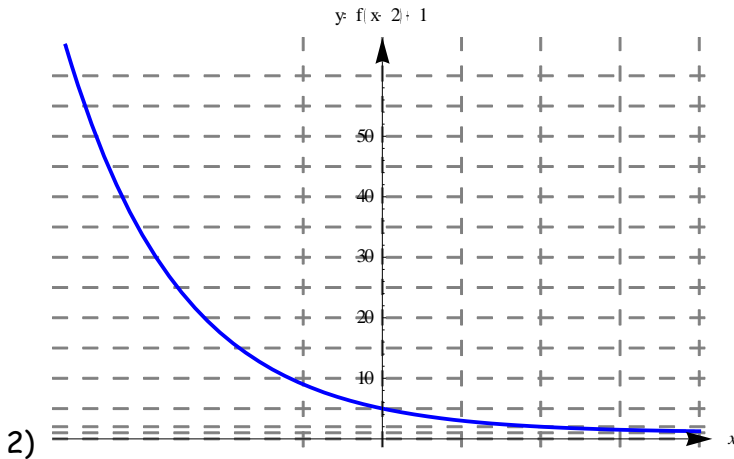
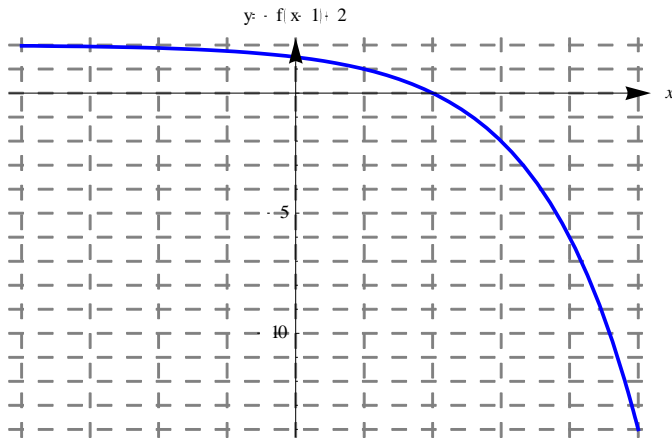
- 1) Calcule (a) el monto y (b) el interés compuesto para la inversión y la tasa anual dadas: \$700 durante 15 años al 7% compuesto semestralmente.
- 2) Se adquiere un certificado de depósito por \$6000 y se conserva durante 7 años. Si el certificado gana 8% compuesto trimestralmente, ¿cuál es su valor al final de ese periodo?
- 3) EL número  $Q$  de miligramos de una substancia radiactiva que restan después de  $t$  años está dado por  $Q = 100e^{-0.035t}$
- a) ¿Cuántos miligramos quedan después de 0 años?
- b) ¿Después de cuántos años habrá 20 mg? Proporcione su respuesta al año más cercano?
- 4) Supóngase que la producción diaria de unidades  $q$ , de un producto nuevo es el  $t$ -ésimo día de una corrida de producción, está dada por  $q = 500(1 - e^{-0.2t})$ . A una ecuación como ésta se le denomina *ecuación de aprendizaje* e indica que al paso del tiempo aumenta la producción por día. Esto puede deberse al aumento en la capacidad de los trabajadores para realizar su trabajo. Determine a la unidad completa más cercana, la producción (a) el primer día y (b) el décimo día después del inicio de la corrida de producción, (c) ¿Después de cuantos días se alcanzara una corrida de producción diaria de 400 unidades? Proporcione su respuesta al día más cercano.
- 5) La ecuación de demanda para cierto producto es  $q = 80 - 2^p$ . Despeje  $p$  y exprese la respuesta en términos de logaritmos comunes. Evalúe  $p$  a dos cifras decimales cuando  $q = 60$ .

## Respuestas

### Algebra de Funciones

- 1)  $(f \circ g)(x) = x^2 + 1$  ;  $D_{f \circ g} = x \in \mathbb{R}$  ;  $(g \circ f)(x) = x^2 + 6x + 7$  ;  $D_{g \circ f} = x \in \mathbb{R}$
- 2)  $(f \circ g)(x) = \frac{49}{x^2} - \frac{35}{x}$  ;  $D_{f \circ g} = x \in \mathbb{R} - \{0\}$  ;  $(g \circ f)(x) = \frac{7}{x^2 - 5x}$  ;  $D_{g \circ f} = x \in \mathbb{R} - \{0, 5\}$
- 3)  $(g \circ f)(x) = \frac{2}{\sqrt{9+x}}$  ;  $D_{g \circ f} = x \in (-9, \infty)$
- 4)  $(g \circ f)(x) = \frac{3}{12+x}$  ;  $D_{g \circ f} = x \in [-16, \infty) - \{-12\}$
- 5)  $(g \circ f)(x) = \frac{2}{15-x}$  ;  $D_{g \circ f} = x \in [-10, \infty) - \{15\}$

### Funciones Exponenciales y logarítmicas



4)  $\ln\left(\frac{\sqrt{t} x^2}{y^3}\right)$

5) a)  $x = 2$  b)  $x = \frac{1 + e^{1/2}}{e^{1/2} - 1} \approx 4.083$  c)  $x = -\frac{5}{2}$  d)  $x = \frac{\ln(3)}{\ln(2) - 1}$  e)  $x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{5}{3}\right) \approx 0.25541$

f)  $x = \frac{\ln 5}{\ln(3) - \ln(2)} \approx 3.9694$  g)  $x = \frac{1}{\ln 2} \ln\left(\frac{3y}{2 - y}\right)$

6)

a)  $f^{-1}(x) = 4 - x^{1/3}$   $D_f = x \in \mathbb{R}$ ;  $I_f = y \in \mathbb{R}$ ;  $D_{f^{-1}} = x \in \mathbb{R}$ ;  $I_{f^{-1}} = y \in \mathbb{R}$

b)  $f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{1 - x}$   $D_f = x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ ;  $I_f = y \in \mathbb{R} - \{1\}$ ;  $D_{f^{-1}} = x \in \mathbb{R} - \{1\}$ ;  $I_{f^{-1}} = y \in \mathbb{R} - \{-1\}$

c)  $f^{-1}(x) = x^2 - 3$   $D_f = x \in [-3, \infty)$ ;  $I_f = y \in [0, \infty)$ ;  $D_{f^{-1}} = x \in [0, \infty)$ ;  $I_{f^{-1}} = y \in [-3, \infty)$

d)  $f^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x-3}{1-x}\right)$   $D_f = x \in \mathbb{R}$ ;  $I_f = y \in (1,3)$ ;  $D_{f^{-1}} = x \in (1,3)$ ;  $I_{f^{-1}} = y \in \mathbb{R}$

**Problemas:**

1) a) \$1964.76 b) \$1264.76

2) \$10,446.14

3) a) 100; b) 46

4) a) 91; b) 432; c) 8

5)  $p = \frac{\log(80-q)}{\log 2}$ ; 4.32