

Repaso Primer parcial de Matemáticas I para Licenciatura

Indicación: No se permite el uso de formularios ni de calculadoras programables.

1. Un fabricante vende lámparas a US\$60 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3,000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de US\$1 en el precio, se venderán 100 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de US\$20 cada una.
 - a) Exprese la utilidad mensual del fabricante como una función del precio al que se venden las lámparas,
 - b) Dibuje la gráfica de la función utilidad, determine su dominio y rango
 - c) Calcule el precio óptimo de venta.

Respuesta: $U(x) = -100x^2 + 11000x - 180000$; Precio óptimo: \$55, Utilidad: \$122500

2. Cada unidad de un determinado artículo cuesta $p = 35x + 15$ centavos cuando se producen x unidades del artículo. Si todas las x unidades se venden a este precio.

- a) Exprese los ingresos obtenidos de las ventas como una función de x
- b) Grafique la función y determine su dominio y rango

Respuesta: $p = x(35x + 15)$

3. Una ventana tiene la forma de un rectángulo coronado por un triángulo equilátero. Si el perímetro de la ventana es de 60 decímetros y no se usa material en la unión del rectángulo y el triángulo.

- a) Expresa el área A de la ventana como una función del lado x de la base.
- b) Obtén la gráfica de la función $A = A(x)$ y determina su dominio e imagen.
- c) Encuentra las dimensiones de la ventana que proporcionan la mayor área de la ventana.

Respuesta: $A(x) = 30x + \left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)x^2$

4. Un almacén de discos ofrece la siguiente venta especial: si se compran 5 discos compactos, a US\$10 cada uno, pueden obtenerse discos adicionales a mitad de precio. Hay un límite de 9 discos por cliente. Exprese el costo de los discos como una función de la cantidad comprada y elabore la gráfica.

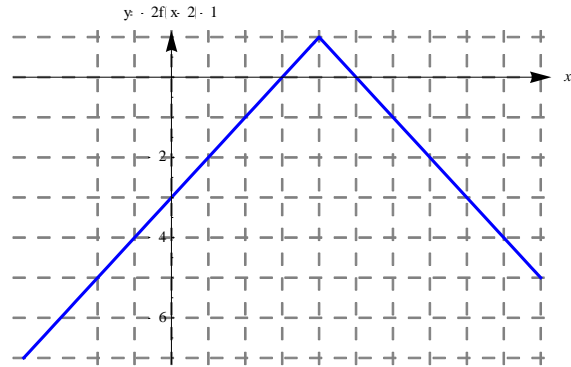
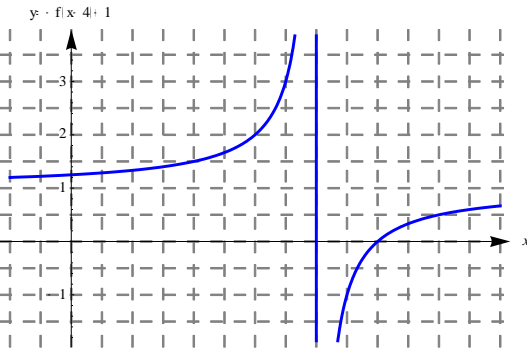
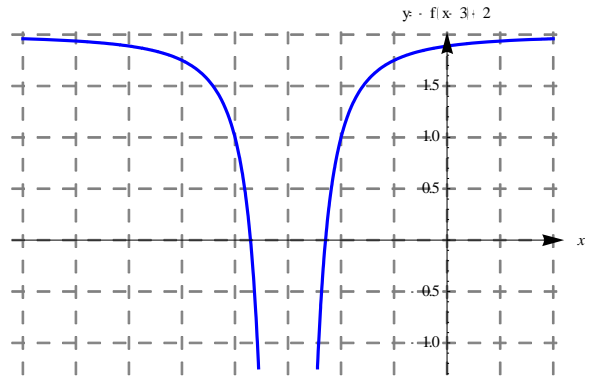
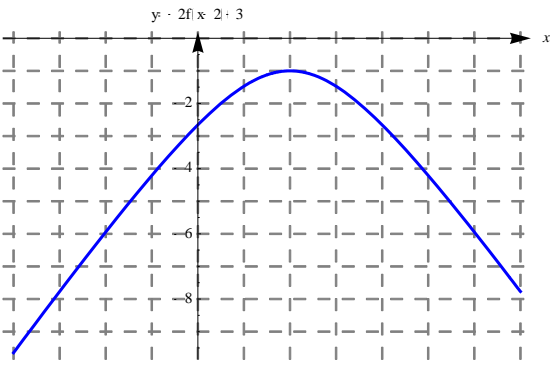
Respuesta: $f(x) = \begin{cases} 10x & x \leq 5 \\ 5x + 25 & 5 < x \leq 9 \end{cases}$

5. **Depósitos bancarios.** La compañía financiera Madison planea abrir dos sucursales dentro de dos años en dos lugares: un complejo industrial y un centro comercial en la ciudad. Como resultado de estos planes de ampliación, se espera que los depósitos totales de Madison durante los próximos cinco años crezcan de acuerdo con la regla

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x} + 20 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + 20 & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

Donde $y = f(x)$ proporciona la cantidad de dinero (en millones de dólares) en depósito con Madison en el año x ($x=0$ corresponde al presente). Trace la gráfica de la función f .

6. A partir de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ encuentra la gráfica de $y = -2f(x - 2) + 3$, indica el dominio y rango de la función resultante **R:** $D: x \in \mathbb{R}$; **Rango:** $y \leq -1$
7. A partir de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x^2}$ encuentra la gráfica de $y = -f(x + 3) + 2$, indica el dominio y rango de la función resultante **R:** $D: x \in \mathbb{R} - \{-3\}$; **Rango:** $y < 2$
8. A partir de la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ encuentra la gráfica de $y = -f(x - 4) + 1$, indica el dominio y rango de la función resultante **R:** $D: x \in \mathbb{R} - \{4\}$; **Rango:** $y \in \mathbb{R} - \{1\}$
9. A partir de la gráfica de $f(x) = |x|$ encuentra la gráfica de $y = -2f(x - 2) + 1$, indica el dominio y rango de la función resultante **R:** $D: x \in \mathbb{R} - \{4\}$; **Rango:** $y \leq 1$



10. Sean $f(x) = \frac{1}{25-x^2}$; $g(x) = \sqrt{10+x}$ encuentra $(f \cdot g)(x)$; $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$; y su dominio

R: $(f \cdot g)(x) = \frac{\sqrt{10+x}}{25-x^2}$; $D: x \in [-10, \infty) - \{-5, 5\}$; $\frac{f}{g}(x) = \frac{1}{(25-x^2)\sqrt{10+x}}$; $D: x \in (-10, -5) \cup (-5, 5) \cup (5, \infty)$

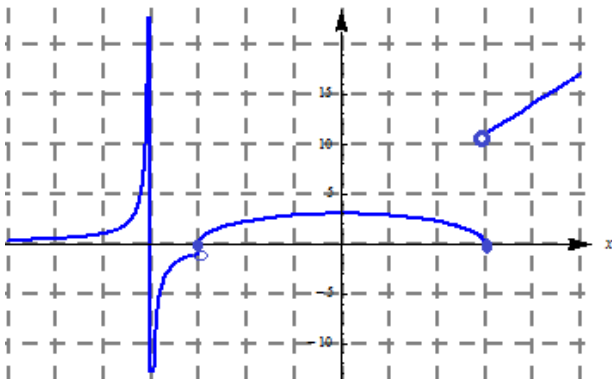
11. Sean $f(x) = \frac{1}{x^2-9}$; $g(x) = \sqrt{15+x}$ encuentra $(f \cdot g)(x)$; $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$; y su dominio

R: $(f \cdot g)(x) = \frac{\sqrt{15+x}}{x^2-9}$; $D: x \in [-15, \infty) - \{-3, 3\}$

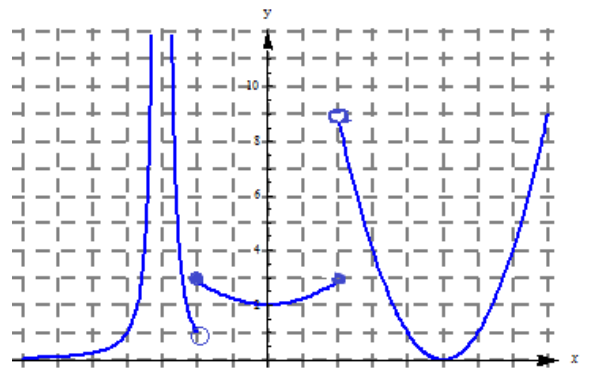
$\frac{f}{g}(x) = \frac{1}{(x^2-9)\sqrt{15+x}}$; $D: x \in (-15, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$

12. Realiza las gráficas de las funciones siguientes, determina su dominio y rango.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x+4} & \text{si } x < -3 \\ \sqrt{x^2-9} & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ 3x+2 & \text{si } x > 3 \end{cases}; \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x+3)^2} & \text{si } x < -2 \\ \sqrt{x^2+4} & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ (x-5)^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$



$D: x \in \mathbb{R} - \{-4\}$; **Rango:** $y \in (-\infty, -1) \cup [0, \infty)$



$D: x \in \mathbb{R} - \{-3\}$; **Rango:** $y \in [0, \infty)$